# ภาคผนวก

## อนุพันธ์ย่อย (partial derivatives)

ฟังก์ชันที่มีตัวแปรต้นเพียง 1 ตัวแปร เช่น u เป็นฟังก์ชันที่มีตัวแปรต้น คือ x เขียนเป็น

$$u = u(x)$$

เมื่อหาอนุพันธ์ของ u เทียบ x จะเขียนเป็น $\dfrac{du}{dx}$

แต่ถ้าเป็นฟังก์ชันที่มีตัวแปรต้นหลายตัวแปร (มากกว่า 1 ตัวแปร) เช่น u เป็นฟังก์ชันของ x กับ y หรือ

$$u = u(x,y)$$

การหาอนุพันธ์ฟังก์ชันชนิดนี้ จะต้องเทียบ u กับตัวแปรต้นที่ละตัวแปร ตัวแปรต้นที่เหลือจะเป็นค่าคงตัว อนุพันธ์ลักษณะนี้เรียกว่า อนุพันธ์ย่อย เช่น

อนุพันธ์ย่อยของ u เทียบ x โดยให้ y คงตัว จะเขียนเป็น $\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)_y$

อนุพันธ์ย่อยของ u เทียบ y โดยให้ x คงตัว จะเขียนเป็น $\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)_x$

**ตัวอย่าง** จากฟังก์ชัน $u = xy^3 - x^2z$ เป็น $u = u(x,y,z)$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{y,z} = y^3 - 2xz$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{x,z} = 3xy^2$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{x,y} = -x^2$$

**สูตรของสเตอร์ลิง (Stirling's formula)**

ในการหาค่าของ

$$\ln n_i!$$

จากความหมายของแฟกทอเรียล n นั้น

$$n! = n(n-1)(n-2)......3\times2\times1.$$

$$\ln n! = \ln n+\ln(n-1)+\ln(n-2).....$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \ln n$$

ทั้งนี้ n ต้องเป็นจำนวนเต็มบวก

กรณีที่ n มีค่ามาก เช่น จำนวนโมเลกุลซึ่งมีจำนวนเป็นอันดับ $10^{23}$ เราสามารถเขียนเป็น

$$\ln n! = \int_i^n \ln n \, dn$$

ใช้วิธีการปริพันธ์แบบ by part

$$\int_i^n \ln n \, dn = n \ln n - n + 1$$

แต่ว่า n >> 1 ดังนั้น

$$\ln n! = n \ln n - n$$